

Une description hiérarchisée de procédures

Ce document présente une liste plus complète de procédures susceptibles d'être mobilisées par les élèves et hiérarchisées en termes de grandes stratégies de résolution.

Ici il s'agit de « décrire » l'activité de l'élève à partir de ce que l'on observe et/ou l'on entend. Toutefois il faut rester prudent sur les inférences, interprétations qui restent des hypothèses relevant d'analyse *a priori* devant, quand cela est possible, être confirmées par un entretien avec l'élève concerné.

Nous pouvons envisager entre quinze et vingt procédures différentes selon le niveau de détail que l'on prend en compte lors de leur description. Des variantes sont encore possibles prenant en compte le contexte convoqué par le problème, les variables numériques en jeu ou la capacité de l'élève à se représenter la situation correspondant au problème.

Nous pouvons regrouper ces procédures en un nombre fini de grandes stratégies. Chaque stratégie se décline en plusieurs procédures pour lesquelles il reste difficile de dresser une liste exhaustive. Chacune de ces stratégies renvoie à une activité mathématique différente se caractérisant par la qualité des connaissances mathématiques et le mode de représentation convoqués. Ainsi l'élève peut avoir recours au calcul ou au dénombrement (comptage ou surcomptage, ou décomptage, de un en un ou par sauts). Il peut appuyer son raisonnement sur des représentations diverses : figuratives ou schématiques par exemple. Il peut mobiliser des supports et des registres divers : droite numérique, schémas conventionnels, écritures mathématiques formelles ($a - b = c$) ou plus transitoires ($a + ? = c$).

Des paramètres permettent alors de distinguer pour une même stratégie telle procédure de telle autre afin d'affiner le découpage. Il est de la compétence du professeur de reconnaître aux détails de surface près à quelle grande stratégie va pouvoir se rattacher une procédure d'élève.


La prise en compte de la qualité des connaissances mobilisées, des représentations, supports et registres convoqués amène à distinguer les trois grandes stratégies suivantes :

- Les stratégies de dénombrement (plutôt élémentaires)
- Les stratégies de dénombrement comprenant une part d'anticipation
- Les stratégies de (ou proches du) calcul (plus ou moins explicitées et formalisées)

Stratégie de dénombrement (plutôt élémentaire)

L'élève représente et se représente la situation par un dessin plus ou moins figuratif, intermédiaire entre le schéma épuré et le dessin exclusivement figuratif.

Dans le cas des problèmes évoqués dans la première activité de la première partie et faisant tous intervenir des billes, l'élève produit par exemple un dessin plus ou moins épuré des billes et « lit » la réponse sur cette représentation en recourant au dénombrement des objets représentés. Il n'y a pas d'anticipation du résultat de sa part mais seulement un constat résultant de la traduction des données représentées à l'aide d'un comptage, surcomptage ou décomptage plus ou moins rapide par exemple. Donner la réponse revient alors à énoncer ce constat.



Notons que ce type de procédures de résolution peut aussi se présenter dans le cas où l'élève dispose d'objets (billes ou cubes ou jetons) qu'il peut manipuler. Il lit alors la réponse sur l'organisation des objets qu'il construit par son action sur eux. Toutefois l'activité mathématique dépend alors aussi du matériel distribué. Il est alors encore nécessaire de distinguer selon que le professeur donne à l'élève les collections qui correspondent exactement à l'énoncé ou si c'est l'élève qui doit constituer ces collections...

Les paramètres à prendre en compte sont :

- Le type de dénombrement : un par un, paquets par paquets,
- La qualité de la représentation : figurative (dessin de billes), davantage schématique (croix bâtons, points), présence de nombres écrits
- L'organisation des collections

Exemples de procédures :

- **Dessin de deux collections :**

27 billes dessinées une à une (non organisées) puis 12 billes dessinées une à une (non organisées) puis mise en correspondance bille à bille (c'est-à-dire barrer successivement une bille dans chaque collection jusqu'à épuisement de la collection de 12 billes) et détermination de l'écart : dénombrer les 15 billes non barrées.

- **Dessin de deux collections organisées :**

27 billes dessinées une à une (organisées en groupes de 5) puis 12 billes dessinées une à une (organisées en groupes de 5) puis mise en correspondance groupe à groupe et bille à bille (c'est-à-dire barrer successivement un groupe de 5 dans chaque collection (deux fois) puis une bille et encore une bille jusqu'à épuisement de la collection de 12 billes et détermination de l'écart : dénombrer les 15 billes non barrées.

- **Dessin d'une collection non organisée :**

27 billes dessinées une à une (non organisées), barrer 12 billes une à une parmi les 27, puis dénombrer les 15 billes non barrées.

- **Schéma d'une collection organisée :**

27 croix dessinées une à une (organisées par groupes de 10), barrer 12 croix : un groupe de dix puis une à une parmi les 27, puis dénombrer les 15 croix non barrées.

- **Deux collections de 27 et 12 nombres écrits :**

Nombres de 1 à 27 écrits un à un, puis nombres de 1 à 12 écrits un à un, puis mise en correspondance rapide nombre à nombre (barrer successivement chaque nombre identique) et détermination de l'écart : dénombrer les 15 nombres non barrés.

- **Une collection de 27 nombres écrits :**

Nombres de 1 à 27 écrits un à un, barrer les nombres de 1 à 12 d'un seul trait, puis compter les 15 nombres non barrés.

Stratégie de dénombrement comprenant une part d'anticipation

Pour l'élève, il s'agit d'anticiper au moins en partie le dénombrement des quantités en **surcomptant** ou **décomptant**. Là encore, il s'agit de représenter une partie des quantités et lire et constater le résultat sur la représentation en « attribuant le nombre inconnu à la bonne collection ». Cette stratégie est plus élaborée car seule une partie des collections ou sous collections est représentée. En revanche, il s'agit encore de stratégie de dénombrement qui évite le calcul et pour lesquelles la lecture du résultat résulte du constat de l'organisation élaborée de la ou des collections.

Les paramètres sont du même type que précédemment avec la possibilité également de recourir à une collection de référence organisée (les doigts par exemple) :

- Le type de dénombrement : un par un, paquets par paquets,
- La qualité de la représentation : figurative (dessin de billes), davantage schématique (croix bâtons, points), présence de nombres écrits
- L'organisation des collections
- Le recours à une collection de référence comme les doigts lorsque les nombres sont adaptés

Exemples de procédures

- **Dessin d'une collection de 15 billes :**

Surcompter au-delà de 12 en dessinant les billes : 15 billes dessinées une à une (non organisées) et compter les billes dessinées.

- **Schéma d'une collection de 15 bâtons :**

Surcompter au-delà de 12 en dessinant les bâtons : 15 bâtons dessinés un à un (non organisés) et compter les bâtons dessinés.

- **Collection de 15 nombres écrits :**

Surcompter au-delà de 12 en écrivant 13, 14, 15... 27 et compter les nombres écrits.

- **12 doigts qui se lèvent successivement un à un par « mains de 5 » :**

Récitation : 26, 25... 15 en soulevant successivement un doigt jusque 12 doigts : résultat 15.

- **15 doigts qui se lèvent successivement un à un par « mains de 5 » :**

Récitation : 13, 14, 15... 27 en soulevant successivement un doigt puis compter les doigts soulevés : résultat 15.

Stratégie de (ou proche du) calcul (plus ou moins explicitée et formalisée)

Cette catégorie renvoie aux procédures qui traduisent la situation explicitement ou non par une écriture mathématique ($12 + ? = 27$ ou $? + 12 = 27$ ou $27 - 12 = ?$) et induisent un calcul ou non (dans ce dernier cas l'élève peut alors éventuellement se ramener à un dénombrement). Les procédures de ce type mobilisent alors des registres faisant appel à des outils et connaissances mathématiques plus élaborées qui vont se décliner notamment selon les paramètres explicités ci-dessous.

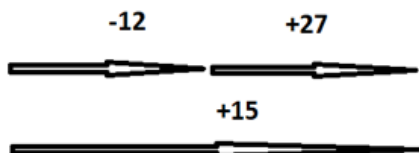
Les paramètres à prendre en compte pour trouver le nombre manquant :

- Les représentations et notamment la droite numérique. Celle-ci peut comporter toutes les graduations ou non ; elle peut être associée à un comptage un à un ou à des calculs correspondants à des sauts prenant en compte les nombres en jeu, etc.
- Les procédures de calculs qui peuvent prendre plusieurs modes : calcul en ligne, calcul mental ou encore calcul posé
- Les niveaux de formalisation mathématique : ils se traduisent par des écritures ou des formulations plus orales (comme par exemple dans le cas : « pour trouver le nombre qui manque dans $12 + ? = 27$, je peux chercher $27 - 12 = ?$ »)
- Les calculs intermédiaires plus ou moins adaptés aux nombres en jeu (« je sais que 12 et 12, cela fait 24, il manque 3 pour faire 27, donc 12 et 3, 15... »)

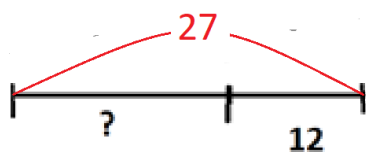
Exemples de procédures :

Remarque : l'utilisation des différents supports peut intervenir soit pour se représenter le problème et en déduire le calcul à effectuer, soit pour trouver le résultat du calcul.

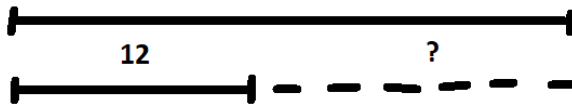
- Placer 27 et 12 sur la droite numérique et dénombrer les intervalles un à un : 12 pour aller à 27
- Placer 27 et 12 sur la droite numérique et dénombrer les intervalles par sauts : 12 pour aller à 22 puis à 27
- Placer 27 et 12 sur la droite numérique et dénombrer les intervalles par sauts : 12 pour aller à 20 puis à 27
- Placer 27 sur la droite numérique et reculer de 12 (de un en un) à partir de 27, puis lire le nombre atteint : 15
- Placer 27 sur la droite numérique et reculer de 12 (par sauts) à partir de 27 (par exemple saut de 27 à 20 puis de 1 en 1), puis lire le nombre atteint : 15
- Utiliser un schéma fléché pour décrire le calcul de la composée de deux transformations



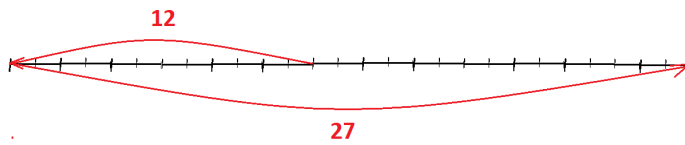
- Utiliser un segment pour visualiser les relations entre les nombres et en déduire le calcul dans le cas de problème partie-partie-tout



- Utiliser deux segments pour visualiser les relations entre les nombres et en déduire le calcul dans le cas de problème comparaison d'états



- Représenter par des déplacements sur la droite numérique les transformations et en déduire le calcul correspondant de la composée



- « Traduction » de l'énoncé par une écriture du type : $12 + \dots = 27$ puis recherche du nombre manquant :
 - En calcul mental : 12 plus combien égal 27 ou 12 pour aller à 27 ; 12 pour aller à 20 : 8 puis 20 pour aller à 27 : 7 donc 8 plus 7, 15.
 - En calcul en ligne $12 + 10 = 22$; $22 + 5 = 27$ et $10 + 5 = 15$
 - En calcul posé (addition à trou)
- « Traduction » de l'énoncé par une écriture du type : $27 - 12 = \dots$ puis recherche du nombre manquant :
 - En calcul mental : 27 moins 12, je fais 27 moins 10, 17 et 17 moins 2, 15
 - En calcul en ligne $27 - 12 = 27 - 10 - 2 = 17 - 2 = 15$
 - En calcul posé (soustraction posée)